

Международная научная конференция
«Актуальные проблемы прикладной математики, информатики и механики»

Вычисление цен барьерных опционов с помощью нейросетей

О.Е. Кудрявцев, Д.В. Постолова

Южный федеральный университет

ООО НПФ «ИнВайз Системс»

Работа выполнена при поддержке РФФ (проект 23-21-00474)

Воронеж, 3 декабря 2024

Введение

- Барьерные опционы активируются или аннулируются при достижении цены базового актива определенного уровня.
- Предоставляют более гибкие возможности для инвесторов и требуют более сложных методов оценки.
- Применение нейронных сетей позволяет значительно упростить процесс и увеличить точность оценок.

Уравнение Блэка-Шоулза

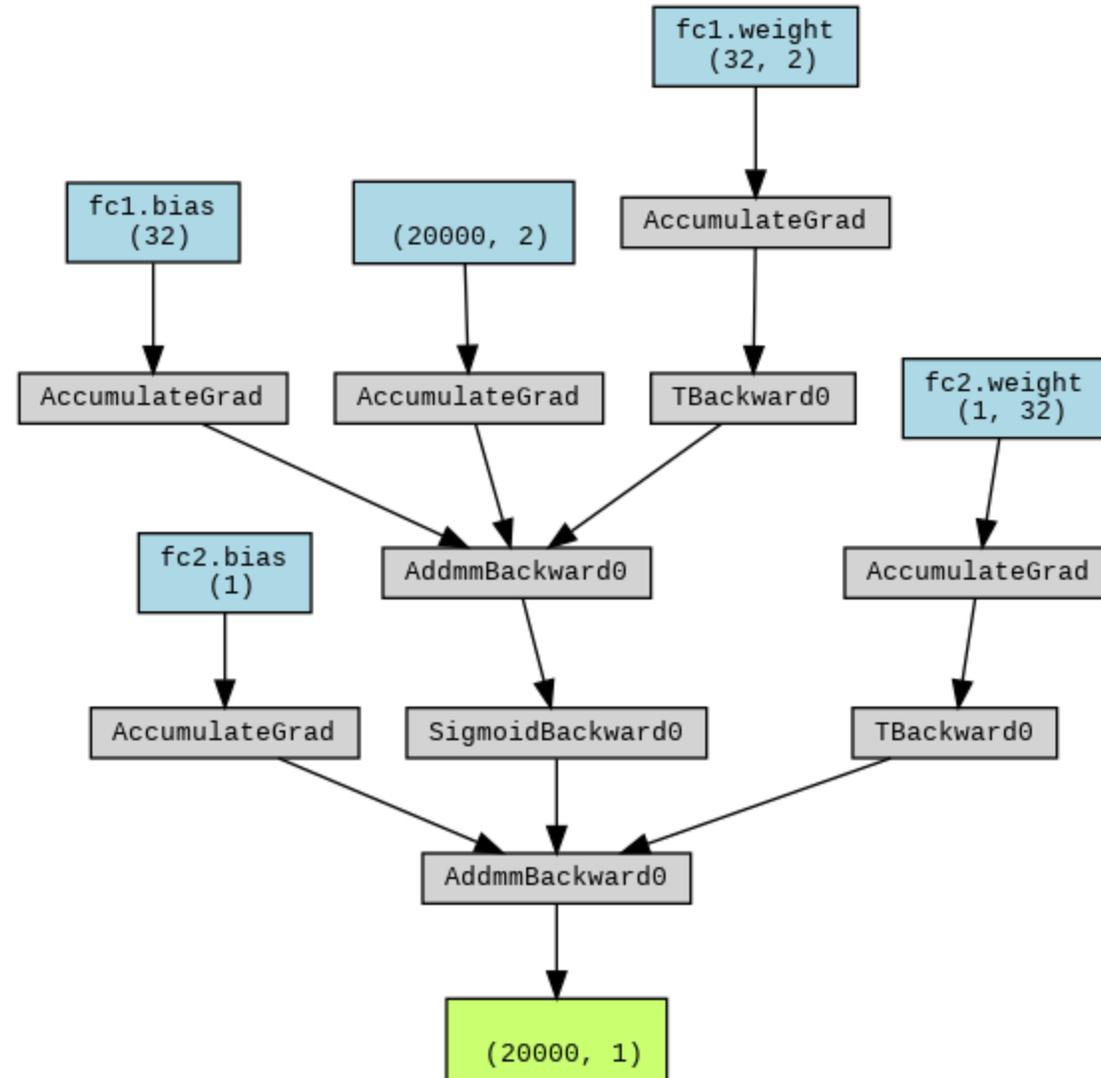
$$\frac{\partial V}{\partial t} + \left(r - \frac{1}{2}\sigma^2\right)\frac{\partial V}{\partial x} + \frac{1}{2}\sigma^2\frac{\partial^2 V}{\partial x^2} - rV = 0,$$

где $x = \ln\left(\frac{S}{K}\right)$ – логарифмическая цена актива относительно страйка,

r – безрисковая ставка,

σ – волатильность актива.

Используемая модель нейронной сети



Функция потерь и обучение

$$loss_{BS} = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N \left(\frac{\partial V}{\partial t} + \left(r - \frac{\sigma^2}{2} \right) \frac{\partial V}{\partial x} + \frac{\sigma^2}{2} \cdot \frac{\partial^2 V}{\partial x^2} - rV \right)^2$$

$$loss_{boundary} = \frac{1}{M} \sum_{j=1}^M (V(h, t_j) - 0)^2$$

$$loss_{initial} = \frac{1}{L} \sum_{l=1}^L (V(x_l, T) - (e^{x_l} - K)_+)^2, x_l < h$$

$$LOSS = loss_{BS} + loss_{boundary} + loss_{initial}$$

Формулы для вычисления цены барьерного опциона

- Уравнение для барьерного call опциона с верхним барьером h :

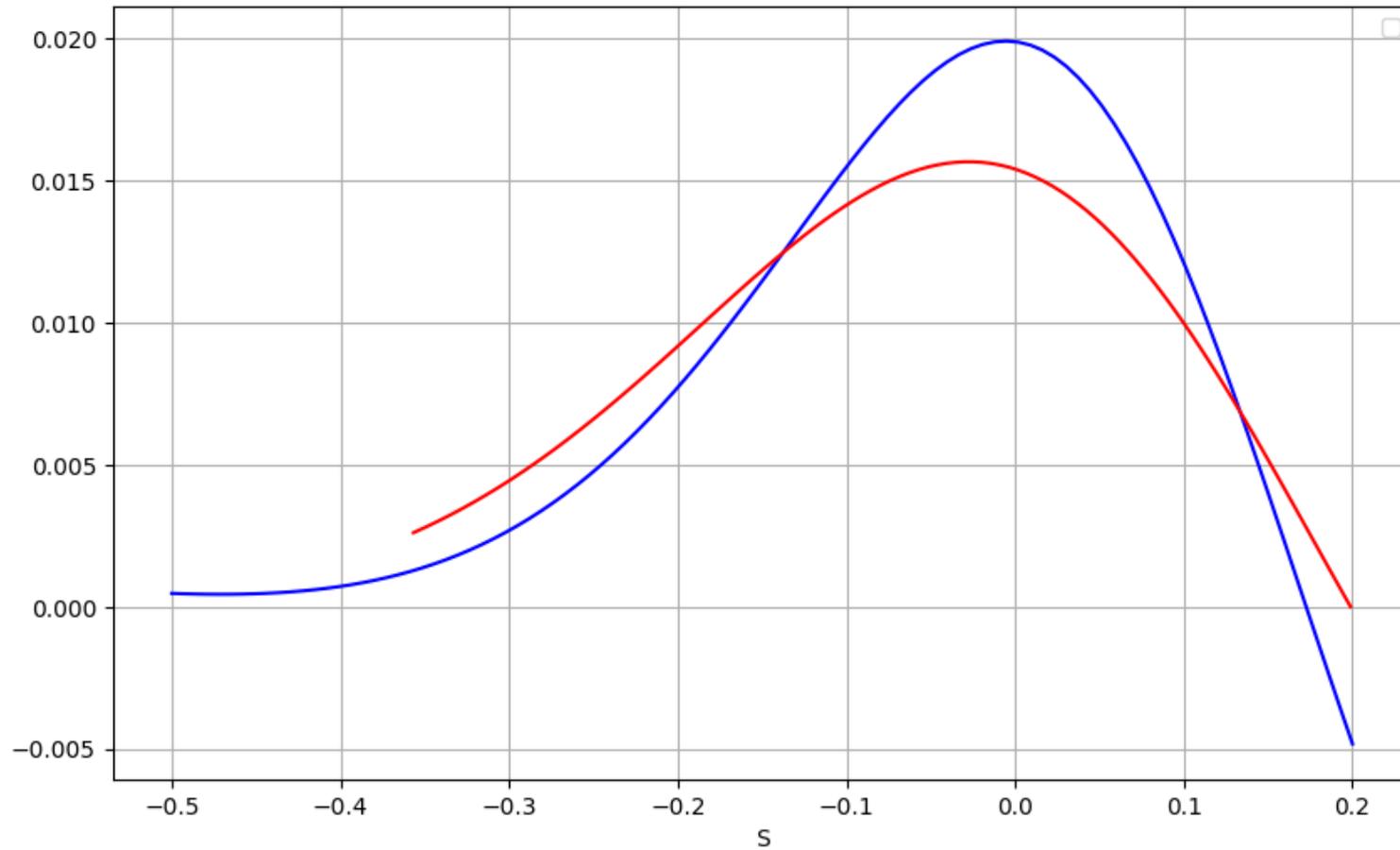
$$V_{\text{barrier}}(S, t) = \begin{cases} 0, & S \geq H \\ V_{BS}(S, K, r, \sigma, T - t) - \text{коррекция}, & S \leq H \end{cases}$$

- Для обеспечения непрерывности функции выплат вблизи барьера применяется корректирующая функция:

$$y(x, t) = \frac{e^{h-0.01} - 1}{e^{h-0.01} - e^h} e^x + \frac{e^{h-0.01} - 1}{1 - e^{-0.01}} e^{r(t-T)}$$

где $x \in [h - 0.01, h]$ и $t = T$.

Эксперименты и результаты



Сравнение прогнозных цен с аналитическими

Применение спайковых нейронных сетей

SNN могут учитывать вероятностные аспекты изменения цены, что полезно для моделирования стохастических процессов.

Объединение ANN и SNN позволяет комбинировать их сильные стороны для повышения точности.

The diagram consists of two large, light-blue outlined arrows pointing towards each other. The left arrow contains text about SNNs in financial modeling. The right arrow contains text about combining ANN and SNN. A central grey tab-like shape connects the two arrows, suggesting a synthesis or comparison of the two points.

Заключение

- Использование ANN и SNN позволяет решать задачи оценки деривативов, управления рисками и оптимизации стратегий хеджирования.
- Предложенный подход может быть распространен на вычисление барьерных опционов в моделях со стохастической волатильностью. В частности, в модели Хестона нейросеть будет иметь три входных нейрона, соответствующих логарифму цены x , времени t и вариации v .

Спасибо за внимание!