

Применение искусственных нейронных сетей для ценообразования опционов

Постолова Д.В. ^{1,2}

Кудрявцев О.Е. ^{1,2}

¹Южный федеральный университет,

²ООО НПФ «ИнВайз Системс»

Работа выполнена при поддержке РФФИ, проект 23-21-00474

Введение

Модель ценообразования Блэка-Шоулза

Цена европейского опциона call:

$$F(S, K, \sigma, r, T)_{call} = S \cdot \Phi(d1) - K \cdot e^{-rT} \cdot \Phi(d2),$$

Цена европейского опциона put:

$$F(S, K, \sigma, r, T)_{put} = K \cdot e^{-rT} \cdot \Phi(-d2) - S \cdot \Phi(d1),$$

где

$$d1 = \frac{\ln(S/K) + (r + \frac{1}{2} \sigma^2) T}{\sigma \sqrt{T}},$$
$$d2 = d1 - \sigma \sqrt{T}.$$

Подготовка данных

Используемый датасет

S – текущая цена акции $\in [0.5, 2]$;

K – цена исполнения = 1;

σ – волатильность $\in [0.1, 1.0]$;

r – безрисковая процентная ставка $\in [0.0, 0.1]$;

T – срок исполнения опциона $\in [0.1, 1.0]$;

$\Phi(d1)$, $\Phi(d2)$ – функции нормального распределения;

result – цена европейского опциона call.

Построение и обучение модели

Математическое представление искусственной нейронной сети

$$G(x) = (G_1(x), G_2(x)),$$

где

$$G_k(x) = \left(\sum_{i=1}^{10} \alpha_i^k s(w_i^k \cdot \gamma(x) + \theta_i^k) + \beta_i^k \right), k = 1, 2;$$

$$* \gamma_k(x) = x$$

$$** \gamma_k(x) = \omega_k^1 x_1 + \omega_k^2 x_2 + \omega_k^3 x_3$$

$$x = \left(\frac{\log\left(\frac{S}{K}\right)}{\sigma \sqrt{T}}, \frac{r \sqrt{T}}{\sigma}, \sigma \sqrt{T} \right)$$

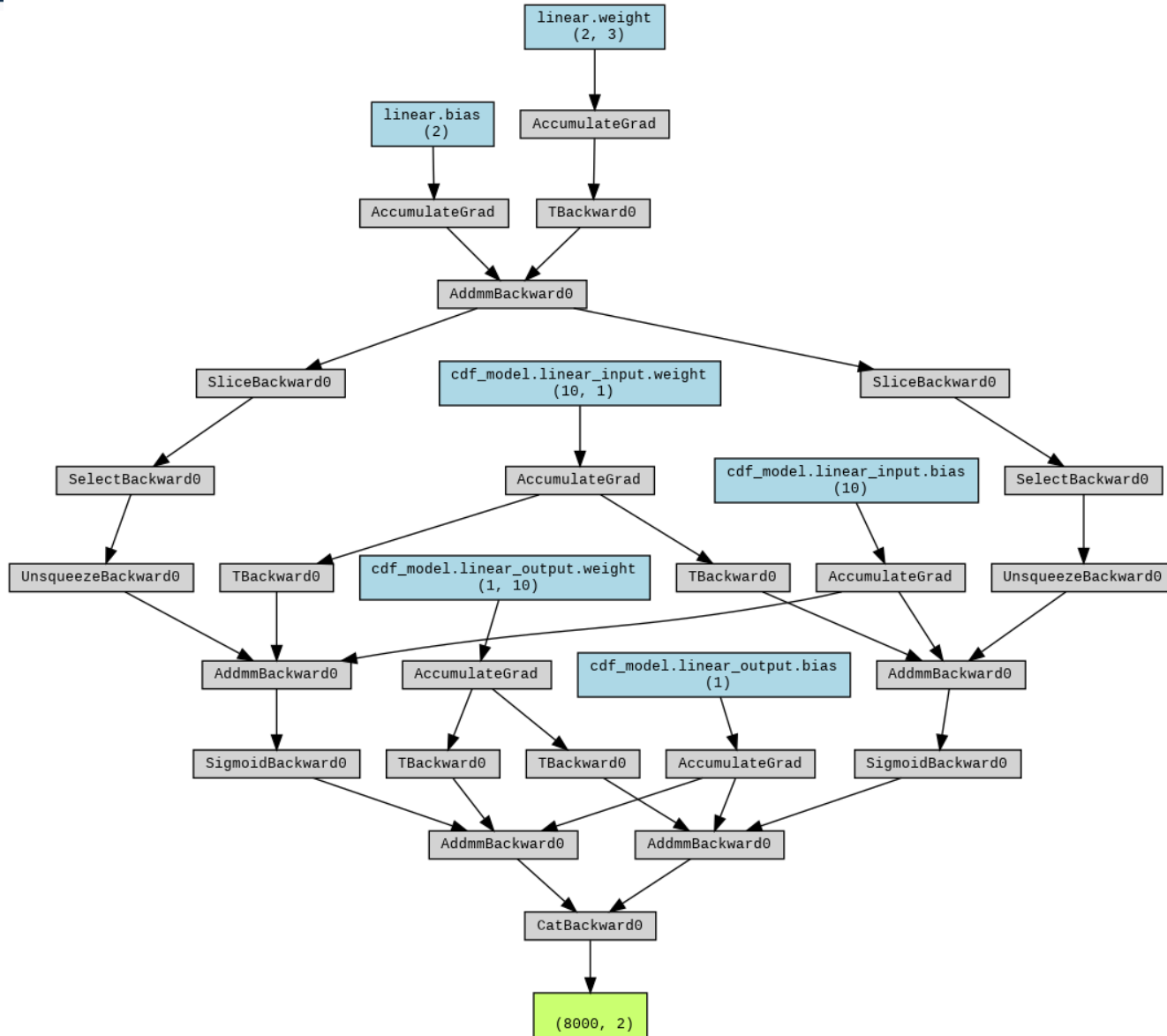
Пользовательская функция потерь

$$\text{custom_loss} = (y_1 - \Phi(d1))^2 + (y_2 - \Phi(d2))^2$$

Параметры ИНС

	<code>linear.weight</code>	<code>cdf_model.linear_input.weight</code>	<code>cdf_model.linear_input.bias</code>	<code>cdf_model.linear_output.weight</code>
0	1.006859	1.444467	-0.131329	0.367117
1	1.006811	-0.199649	-0.776342	-0.200511
2	0.503153	1.609055	-0.724928	0.371963
3	1.006684	1.463377	-0.102795	0.418333
4	1.006387	-0.320129	-2.558578	0.104873
5	-0.503482	1.022475	-8.607267	-0.014962
6	NaN	-1.239083	0.264743	0.190401
7	NaN	-1.792257	-1.126538	-0.281999
8	NaN	-0.892802	-0.536892	0.178075
9	NaN	0.886776	-0.859235	-0.134906

Архитектура ИНС



Оценка результатов

На основе тестовой выборки объемом $N = 2000$, с надежностью 99.9%, мы установили, что при $K=1$ и

$$(S, \sigma, r, T) \in [0.5, 2] \times [0.1, 1.0] \times [0.0, 0.1] \times [0.1, 1.0]$$

оценка

$$SG_1(x) + Ke^{-rT}G_2(x) - F(S, \sigma, r, T) < 0.001$$

выполняется с вероятностью не менее 0.998.

Значимость и перспективы

- Разработанная нейросеть допускает вероятностную интерпретацию.
- Скрытый слой – приближение функции распределения.
- Использование вероятностного подхода позволяет улучшить предсказательную способность модели, адаптировать её к различным финансовым сценариям и оценивать неопределённость вокруг прогнозируемых цен опционов.